**C:\Users\wagner\Pictures\lva.png**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA – POSMEC

LABORATÓRIO DE VIBRAÇÕES E ACÚSTICA - LVA

**FRF´S E OBTENÇÃO DO AMORTECIMENTO PARA UMA VIGA E UMA PLACA**

MATHEUS DUARTE VELOSO

Florianópolis / SC

2015

**FRF´S E OBTENÇÃO DO AMORTECIMENTO PARA UMA VIGA E UMA PLACA**

Relatório apresentado como requisito para obtenção da nota parcial da disciplina Técnicas Experimentais em Acústica e Vibrações do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. PhD. Arcanjo Lenzi

Florianópolis /SC

2015

**RESUMO**

.

Sumário

[1 INTRODUÇÃO 5](#_Toc437349520)

[1.1 Objetivos específicos 5](#_Toc437349521)

[2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 6](#_Toc437349522)

[2.1. Decibel 6](#_Toc437349523)

[2.2Vibrações livres não amortecidas 6](#_Toc437349524)

[2.3 Vibrações livres amortecidas 7](#_Toc437349525)

[2.4 Vibrações forçadas não amortecidas 8](#_Toc437349526)

[2.5 Vibrações forçadas amortecidas 9](#_Toc437349527)

[2.6 Sistemas vibracionais excitados pela base 10](#_Toc437349528)

[3 METODOLOGIA 12](#_Toc437349529)

[3.1. Instrumentos de medição. 12](#_Toc437349530)

[3.2. Obtenção das funções de transferências 12](#_Toc437349531)

[3.3. Obtenção do amortecimento. 12](#_Toc437349532)

[4 ANÁLISE E RESULTADOS 14](#_Toc437349533)

[4.1. Perda de transmissão 14](#_Toc437349534)

[5CONCLUSÕES 15](#_Toc437349535)

[REFERÊNCIAS 16](#_Toc437349536)

# 1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que existe uma necessidade muito grande em medir o nível de vibração de determinado sistema ou equipamento, tendo como objetivo um melhor índice de conforto, ou até mesmo minimizando os danos gerados por sistemas que trabalham próximos as suas frequências naturais, ou seja, atingem a ressonância, podendo colapsar dependendo das amplitudes de vibrações atingidas (RAO 2008). Para tentar minimizar isso uma das formas é atuar no amortecimento dos sistemas, no entanto para isso é necessário poder medir o amortecimento e ai sim tentar trabalhar em cima dele. No entanto quando fala-se de amortecimento existem muitas variáveis envolvidas e é bem coerente aproximar o amortecimento por um amortecimento do tipo viscoso.

## Objetivos específicos

Calcular as curvas de resposta em frequência para uma viga excitada por um martelo de impacto. Além disso determinar as FRF´s para uma placa quando a mesma é excitada por um shaker e por um martelo de impacto.

Além do citado acima pretende-se determinar o amortecimento da viga utilizando o método da largura de meia potencia. Já para a placa o cálculo do amortecimento da mesma será feito utilizando o decaimento logarítmico e o método da potencia injetada.

# 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

. Vibração é qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo, como o movimento oscilatório das cordas de um instrumento, o movimento de um pêndulo simples ou mesmo o movimento elástico de uma mola. (RAO 2008) A teoria de vibração trata do estudo das oscilações dos corpos e forças associadas a eles. Para a aplicação em projetos com o intuito de evitar desconforto, perda de eficiência, desgaste prematuro de peças ou até mesmo falhas. Falhas essas que podem ocorrer, por exemplo, quando a frequência de excitação externa coincidir com a frequência natural de uma maquina ou estrutura, efeito conhecido como ressonância.

Em geral, um sistema vibratório possui um meio para armazenar energia potencial (mola), um meio para armazenar energia cinética (massa), e um meio de perda gradual de energia (amortecedor). Estes sistemas vibratórios podem ser sistemas com número finitos de graus de liberdade que são denominados sistemas discretos e sistemas com número infinito de graus de liberdade são denominados sistemas contínuos ou distribuídos. Na maioria das vezes sistemas contínuos são tratados como sistemas discretos. Isso simplifica a resolução de um sistema. Em geral obtêm-se resultados bastante aproximados.(INMAN 2001)

## 2.1. Decibel

Como o ouvido humano apresenta uma grande faixa de pressão sonora audível e os sinais não são interpretados de maneira linear pela audição humana, a escala utilizada para representar a resposta da audição humana é a logarítmica. Sendo assim, a unidade usada para medir pressão sonora é o decibel (dB), que é uma unidade dada pelo logaritmo da razão (que vem em razão de 10) entre duas quantidades, sendo uma a de referência.

## 2.2Vibrações livres não amortecidas

Vibração livre é quando um sistema depois de sofrer uma perturbação inicial continua a vibrar por conta própria (RAO 2008). Utilizando a segunda lei do movimento de Newton obtém-se a equação do movimento, dessa forma se a massa *m* for constante e desloca por uma distância quando a força resultante agir sobre ela na mesma direção tem-se a equação 1:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Levando em conta um sistema massa mola com 1 Grau de liberdade, quando a massa é deslocada de x a força na mola é kx, como pode-se ver na equação 2:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Também obtemos a equação do movimento pelo princípio da conservação da energia. Isso se nenhuma energia for dissipada por forças externas. A energia do sistema vai ser sempre a soma da energia cinética com a energia potencial, que pode ser vista na equação 3:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

A energia cinética e a energia potencial são dadas pelas equações 4 e 5.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |
|  | (5) |

No movimento harmônico não amortecido a amplitude é dada pela equação 6.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

E o ângulo de fase é dado pela equação 7:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

Logo a o deslocamento no tempo pode ser visto na equação 8.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

Já a frequência natural do sistema pode ser visto na equação 9, mostrando que a mesma so depende da rigidez e da massa do mesmo.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (9) |

## 2.3 Vibrações livres amortecidas

Vibração amortecida é quando parte da energia do sistema é perdida ou dissipada durante a oscilação (INMAN 2001). Considerando um amortecimento viscoso, com uma constante de amortecimento *c* proporcional a velocidade entra na equação do movimento 2, obtém-se a equação 3 do movimento para um sistema amortecido..

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |

O amortecimento critico é definido como o valor da constante de amortecimento c como pode ser visto na equação 11.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (11) |

Para um sistema amortecido o fator de amortecimento ζ é definido como razão entre a constante de amortecimento e a constante de amortecimento crítico. Esta relação pode ser vista na equação 12.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

Em um sistema subamortecido a solução é dada pela equação 13.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (13) |

Quando um sistema possui amortecimento o mesmo tem também uma frequência de amortecimento. Esta pode ser relacionada com a frequência natural do sistema como pode-se ver na equação 14.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |

## 2.4 Vibrações forçadas não amortecidas

Considerando agora a resposta de um sistema não amortecido excitado harmonicamente, quando a força age sobre a massa m. Desta forma a equação do movimento reduz-se a a equação 15:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (15) |

A solução homogênea pode ser vista na equação 16:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (16) |

Onde é a frequência natural do sistema. Como a força excitadora F(t) é harmônica, a solução também é harmônica e tem a mesma frequência ω e pode ser vista na equação 17.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (17) |

X é uma constante que representa a máxima amplitude de . Substituindo a equação 17 na equação 15 obtém-se 18.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (18) |

Onde é a deflexão estática, logo a resposta do deslocamento no tempo pode ser vista pela equação 19.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (19) |

Se as condições iniciais forem e , chega-se as constantes que podem ser vistas na equação 20. Obtendo por fim a equação 21 do deslocamento no tempo para um sistema forçado e não amortecido.

|  |  |
| --- | --- |
| , | (20) |
|  | (21) |

A amplitude máxima expressa pela equação 18 também pode ser expressa pela equação 22.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (22) |

é a razão entre a amplitude dinâmica e a amplitude estática, do movimento e denomina-se fator de ampliação. O fenômeno do batimento, é bem frequente em sistemas com excitações forçadas, ocorrendo quando a frequência do sistema é próxima a frequência natural então (DEN HARTOG 1972), resultando na equação 23, o que influencia diretamente na razão de amplitudes.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (23) |

## 2.5 Vibrações forçadas amortecidas

A resposta de um sistema amortecido á força harmônica. se a força é é bem semelhante ao sistema amortecido não forçado. A equação 24 do movimento torna-se:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (24) |

Admitindo que a solução da equação 24 esteja na forma da equação 25:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (25) |

Onde X e ϕ são constantes e representam a amplitude e o ângulo de fase da resposta, que podem ser vistos nas equações 26 e 27 respectivamente..

|  |  |
| --- | --- |
|  | (26) |
|  | (27) |

Dividindo o numerador e o denominador da equação 26 por k e fazendo as seguintes substituições:

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |

Obtém-se as equações 28 e 29.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (28) |
|  | (29) |

## 2.6 Sistemas vibracionais excitados pela base

Às vezes, a base ou suporte de um sistema massa-mola-amortecedor se desloca de forma harmônica, então a distensão da mola é x – y onde x é o deslocamento da massa e y é o deslocamento da base (DEN HARTOG 1972). E a equação 30 do movimento fica:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (30) |

Fornecer excitação à base equivale a aplicar uma força harmônica de magnitude A à massa. A resposta em regime permanente da massa, , pode ser expressa na equação 31.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (31) |

Onde o ângulo de fase com índice 1 pode ser calculado pela equação 32.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (32) |

A equação 31 pode ser reescrita na forma de 33.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (33) |

Obtendo-se assim a relação das amplitudes da massa principal em relação a excitação da base, ou como é mais conhecido a função de transferência do sistema. Esta resposta e o ângulo de fase podem ser calculados pelas equações 34 e 35 respectivamente.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (34) |
|  | (35) |

Uma força F pode ser transmitida à base ou suporte devido as reações da mola e do amortecedor. E é o valor máximo da força transmitido à base, e o mesmo pode ser calculado pela equação 36.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (36) |

Quando X – Y representar o movimento da massa em relação à base, a equação do movimento pode ser reescrita como 37.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (37) |

A solução da equação 37 em regime permanente é dada pela equação 38:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (38) |

Onde Z é a amplitude máxima de z(t) e é expressa pela equação 39:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (39) |

E por ultimo o ângulo de fase pode ser calculado pela equação 40.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (40) |

# 3 METODOLOGIA

Neste tópico foram abordados os equipamentos utilizados na medição da vibração de um viga engastada-livre e de uma placa, afim de se obter a função de transferência das mesmas quando ora elas estava sendo excitada por um martelo de impacto ora por um shaker. E o segundo experimento foi obter o amortecimento de uma placa de alumínio e de uma viga, utilizando três formas, sendo que a primeira e a segunda a placa foi excitada pelo martelo de impacto e posteriormente obteve-se o amortecimento pela técnica de banda de meia potencia e decremento logarítmico para a viga e para a placa respectivamente, já na terceira forma de se obter o amortecimento utilizou-se o shaker e o método da potência injetada, apenas para a placa.

## 3.1. Instrumentos de medição.

A instrumentação utilizada no primeiro experimento consistiu de uma viga de dimensões x, y e z, de aço, que pode ser vista na figura Y, de um martelo de impacto do fabricante ...... e modelo ....., além de um shaker do fabricante...... e modelo ..... Já no segundo experimento foram utilizados o shaker citado anteriormente e o e mesmo martelo de impacto além de uma placa de alumínio de dimensões x, y, e z, que pode ser vista na figura X..

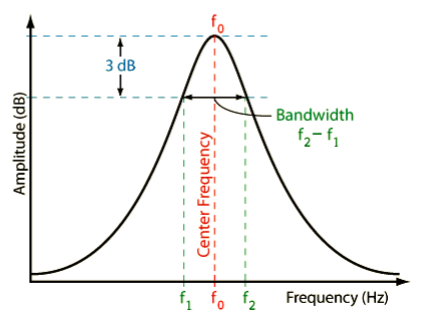
## 3.2. Obtenção das funções de transferências

Neste experimento foram utilizados uma placa e uma viga como foram citas anteriormente. Neste experimento primeiramente excitou-se a placa engastada utilizando um shaker e foram obtidas as FRF´s do sistema. Já no caso da viga utilizou-se um martelo de impacto para excitar a viga, obtendo também a sua FRF.

## 3.3. Obtenção do amortecimento.

Para a determinação do amortecimento o experimento foi dividido em três etapas, sendo a primeira utilizando o método da banda de meia potencia para a viga citada anteriormente. Este método consiste em medir a largura de banda dos picos de ressonância do espectro de resposta, sabe-se que o ponto onde tem-se exatamente metade da potencia do sistema é 3 dB abaixo do pico de ressonância. Pode-se ver como foi a utilização do método na figura 3

Figura 1 Metodo de meia potência

.

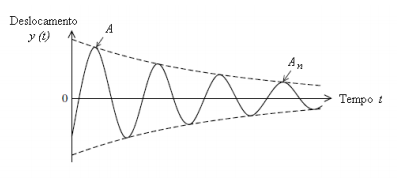
Fonte: laboratório de acústica UFSM

Após isto utilizou-se a equação 41 para se obter o fator de perda do sistema. Sabe-se que o fator de perda corresponde a duas vezes o fator de amortecimento do sistema.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (41) |

Já a segunda parte do experimento consistiu em obter o amortecimento de uma placa de alumínio (já citada acima), utilizando um martelo de impacto e a técnica do decremento logarítmico. O método consistiu excitar a placa utilizando um martelo de impacto e medir a diminuição da amplitude de oscilação da resposta no tempo, como pode ser visto na figura 4.

Figura 2 Decremento logarítmico



Fonte: Rao,2008.

Para a determinação do amortecimento utilizando este método pode-se utilizar duas técnicas. Utilizando as equações 42 e 43, onde é possível determinar o decremento utilizando as picos de amplitudes sucessivos A´s ou utilizando a equação 44 onde utiliza-se da frequência central e do tempo de reverberação estrutural .

|  |  |
| --- | --- |
|  | (42) |
|  | (43) |
| |  |  | | --- | --- | |  |  | | (44) |

Por ultimo foi determinado o amortecimento utilizando o método da potencia injetada. Para este experimento utilizou-se a placa de alumínio e um shaker, ambos já citados anteriormente. Este método consiste em normalmente excitar a estrutura com um ruído brando e posteriormente. Este método considera que toda a potencia de entrada é convertida em calor, ou seja, é dissipada devido a ação do amortecimento do sistema. Desta forma pode-se obter o fator de perda como pode ser visto na equação 45.

|  |  |
| --- | --- |
|  | (45) |

Onde :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (46) |
|  | (47) |

# 4 ANÁLISE E RESULTADOS

## 4.1.

# 5CONCLUSÕES

# REFERÊNCIAS

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**; revisor técnico José Juliano de Lima Junior; tradução Arlete Simille. 2008.

DEN HARTOG, J. P. (Jacob Pieter). **Vibrações nos sistemas mecanicos.**São Paulo: E. Blucher, 1972. 366p.

INMAN, Daniel J.; SINGH, Ramesh Chandra. **Engineering vibration**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2001.